

PROGRAMA



MATEMÁTICA onceno grado

M. Sc. Francisco E. Rodríguez Meneses
Dr. C. Aurelio Quintana Valdés
M. Sc. Richard Naredo Castellanos
M. Sc. Zulema Cuadrado González
M. Sc. Justo Javier Castillo Reyna



Este material forma parte del conjunto de trabajos dirigidos al Tercer Perfeccionamiento Continuo del Sistema Nacional de la Educación General. En su elaboración participaron maestros, metodólogos y especialistas a partir de concepciones teóricas y metodológicas precedentes, adecuadas y enriquecidas en correspondencia con el fin y los objetivos propios de cada nivel educativo, de las exigencias de la sociedad cubana actual y sus perspectivas.

Ha sido revisado por la subcomisión responsable de la asignatura perteneciente a la Comisión Nacional Permanente para la revisión de planes, programas y textos de estudio del Instituto Central de Ciencias Pedagógicas del Ministerio de Educación.

Queda rigurosamente prohibida, sin la autorización previa y por escrito de los titulares del *copyright* y bajo las sanciones establecidas en las leyes, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, así como su incorporación a un sistema informático.

Material de distribución gratuita. Prohibida su venta

Colaboradores:

- Dr. C. Marta Álvarez Pérez
- M. Sc. Yonjaner Martínez Sánchez
- M. Sc. Rosa Alicia Cárdenas

Edición y corrección:

- Lic. Amada Díaz Zuazo

Diseño:

- Instituto Superior de Diseño (ISDi)

Emplante:

- Elier Guzmán Lajud

© Ministerio de Educación, Cuba, 2024

© Editorial Pueblo y Educación, 2024

ISBN 978-959-13-4773-2 (Versión impresa)

ISBN 978-959-13-4774-9 (Versión digital)

EDITORIAL PUEBLO Y EDUCACIÓN

Ave. 3.ª A No. 4601 entre 46 y 60,

Playa, La Habana, Cuba. CP 11300.

epueblo@epe.gemined.cu

ÍNDICE

Caracterización de la asignatura en la educación preuniversitaria / 1

Objetivos generales / 12

Objetivos generales de la disciplina en la Educación Preuniversitaria / 12

Objetivos generales de la asignatura en onceno grado / 13

Plan temático / 16

Objetivos, contenidos y orientaciones generales por unidades / 16

Unidad 1 Funciones numéricas, sus propiedades y operaciones / 16

Unidad 2 Ecuaciones y funciones exponenciales y logarítmicas / 21

Unidad 3 Ecuaciones y funciones trigonométricas / 25

Unidad 4 Geometría analítica de la recta en el plano / 29

Unidad 5 Curvas de segundo grado y secciones cónicas / 31

Exigencias para la evaluación de los educandos en la asignatura / 35

Bibliografía para el docente / 39

Caracterización de la asignatura en la educación preuniversitaria

El fin, los objetivos generales de la Educación Preuniversitaria y los objetivos generales de undécimo grado determinan la función de la asignatura Matemática en el currículo, la cual debe contribuir a la educación general integral de los educandos, al desarrollo de sus capacidades mentales y a la adquisición de conocimientos, habilidades, hábitos, cualidades, convicciones y actitudes, que constituyen base y parte esencial de la formación de ideales patrióticos y humanistas de la sociedad socialista cubana y les permitan su preparación para la vida, la continuidad de estudios o para la vida laboral.

Es de suma importancia reconocer que el desarrollo de la personalidad del educando durante su tránsito por el preuniversitario tiene lugar en una situación social caracterizada por reiterados cambios y mayores exigencias. En relación con sus procesos cognoscitivos, se aprecia que se consolida el pensamiento conceptual teórico, adquiriendo un carácter emocional personal que es propio de la adolescencia.

Es común que se interese por la solución de problemas cognoscitivos generales y por todo lo relacionado con los valores morales e ideológicos, dada su necesidad de autodeterminación y su aspiración a elaborar una concepción propia del mundo.

Esto posibilita colocar al joven en una mejor situación para lograr las habilidades necesarias hacia una actividad intelectual más profunda y autorregulada, lo que significa una actuación más consciente y activa en sus procesos de aprendizaje, expresados en las posibilidades para reflexionar, deducir, planificar, generalizar y, sobre todo, mostrar mayor independencia en la adquisición de los conocimientos, y la relación de estos con su vida social futura.

Además, demanda que la asignatura debe contribuir a demostrar, a partir de la argumentación y las aplicaciones de los conocimientos matemáticos, una concepción científica del mundo; una adecuada orientación política e ideológica y una cultura que le permita comprender el carácter humano de la sociedad que construimos, la necesidad de trabajar por un desarrollo sostenible, en que los avances de tecnologías se orienten al mejoramiento humano y del mundo en que vivimos.

Por consiguiente, la **concepción general de la disciplina** parte de los objetivos de la educación:¹ la educación patriótica, ciudadana y jurídica; la científica y tecnológica; para la salud y la sexualidad con enfoque de género; la estética; la politécnica, laboral, económica y profesional; para la comunicación; la ambiental para el desarrollo sostenible y para la orientación y la proyección social, que expresan las exigencias político-sociales del PCC en cuanto al fin de la Educación.

Se fundamenta en las líneas directrices,² las que actúan como guías que atraviesan el curso de la disciplina para asegurar la continuidad y la sistematización del tratamiento de los contenidos en torno a ciertos núcleos que revelan lo esencial que se debe lograr desde el punto de vista de los objetivos, el ordenamiento de los contenidos y la orientación didáctica para su tratamiento en la educación preuniversitaria.

Se sustenta en los *lineamientos para el tratamiento metodológico de la disciplina*³ en que se reflejan las ideas esenciales del enfoque metodológico general de esta para la dirección del proceso educativo, que tienen como eje central *la formulación y resolución de problemas*, elemento que estará presente como parte del contenido de cada unidad.

En dichos lineamientos metodológicos se precisan los métodos y procedimientos para la dirección del proceso educativo en lo

¹ ICCP: *Bases generales para el perfeccionamiento del sistema nacional de Educación*, p. 3.

² M. Álvarez, B. Almeida y E. Villegas: *El proceso de enseñanza de la Matemática. Documentos metodológicos*, pp. 33-34.

³ *Ibidem*, pp. 1-2.

relativo a la formación integral de los educandos; la estructuración de los contenidos en función de resolver nuevas clases de problemas; el desarrollo de los educandos hacia niveles superiores de desempeño cognitivo, al propiciar la reflexión, el análisis de los significados, las formas de representación de los contenidos y el establecimiento de sus relaciones mutuas; la sistematización y diagnóstico de los conocimientos, habilidades y modos de la actividad mental con la participación activa y consciente de los educandos, la planificación, orientación y control del trabajo independiente de forma sistemática, variada y diferenciada; la evaluación en correspondencia con los objetivos de la educación preuniversitaria, el grado y la unidad y la utilización de las tecnologías, incluidas las de la información y la comunicación, con variados fines.

Los objetivos y contenidos del programa están determinados por las líneas directrices relativas a los conocimientos, las habilidades y las formas del pensamiento matemático específico.⁴ Las líneas directrices relativas a las habilidades, las capacidades y los hábitos matemáticos de carácter más general también requieren del desarrollo de cualidades, convicciones y actitudes.⁵ Estas líneas directrices se entrelazan en cada unidad del programa en mayor o menor medida, como expresión de la relación que existe entre las diversas áreas matemáticas y las capacidades cognoscitivas requeridas para cada una de ellas.

En relación con la línea directriz Dominios numéricos,⁶ en undécimo grado se continúa el trabajo con las operaciones en el dominio de los números reales en sus diferentes formas de representación donde se aplica el cálculo logarítmico empleando la definición y propiedades, los logaritmos decimales y los antilogaritmos, el cálculo trigonométrico en el sistema circular de medida, el cálculo de valores funcionales y las aplicaciones a la resolución de ecuaciones con radicales, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas.

⁴ *Ibídem*, p. 33.

⁵ *Ibídem*, pp. 33-34.

⁶ *Ibídem*, pp. 34-47.

En el grado se resuelven y formulan problemas de aplicación de las operaciones con números reales en sus diferentes formas de representación, relacionados con hechos, fenómenos y procesos de la práctica cotidiana, de otras disciplinas y de carácter político-ideológico, económico-social y científico-ambiental.

La línea concluye en duodécimo grado con la ampliación al dominio de los números complejos, y el estudio de las operaciones de cálculo, y sus propiedades.

Esta línea directriz se relaciona con todos los restantes y debe contribuir al desarrollo de importantes formas de pensamiento matemático como el numérico, el algorítmico, el funcional, el combinatorio y el geométrico.

De igual manera, en undécimo grado se continúa el desarrollo de las habilidades correspondientes a la línea directriz Trabajo con magnitudes⁷, con la utilización de unidades del Sistema Internacional de Unidades (SI) y de uso cotidiano, se introduce el radián y se trabaja con otras unidades básicas de modo que los educandos puedan formular y resolver problemas de interés práctico vinculados con el entorno natural y social, en los que sea necesario hallar razones trigonométricas de agudos cualesquiera en ambos sistemas de medida, expresar longitudes de segmento, perímetros y áreas de figuras planas aplicando las fórmulas y relaciones básicas de geometría analítica de la recta en el plano en que sea necesario estimar, medir y realizar cálculos aproximados de cantidades de magnitud que se introducen.

En duodécimo grado tiene su continuidad mediante el cálculo, la estimación y comparación de longitudes de segmentos, perímetros y áreas de figuras planas y volúmenes, área lateral y total de cuerpos geométricos en el tratamiento de los contenidos vinculados al cálculo trigonométrico y al cálculo en la geometría sintética y analítica.

En el undécimo grado con la línea directriz Trabajo con variables, ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones e inecuaciones⁸ se continúa el trabajo con la resolución de ecuaciones

⁷ *Ibidem*, pp. 47-55.

⁸ *Ibidem*, pp. 55-66.

racionales con una y dos variables, iniciadas en grados anteriores, a la vez que se introducen las ecuaciones con radicales, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas con mayor grado de complejidad y en que la solución se exprese en radianes; también se introducen en el grado las inecuaciones exponenciales y logarítmicas en que es necesario aplicar el tecnicismo algebraico.

Se aplican y fundamentan los procedimientos de solución de los tipos de ecuaciones que se introducen, sistemas de ecuaciones estudiados y se realiza la comprobación de las soluciones obtenidas, para lo cual se utilizan las facilidades de cálculo simbólico de los asistentes matemáticos como el GeoGebra. También se extraen inferencias acerca de las relaciones presentes en una situación dada, a partir de la ecuación, o sistema que la describe y se utilizan asistentes matemáticos para la interpretación geométrica de la solución de estas.

Se formulan y resuelven problemas algebraicos que pueden ser de determinación, de demostración o de construcción de ecuaciones; o sistemas que satisfagan ciertas exigencias, asimismo los problemas y ejercicios de aplicación que se modelan mediante estas herramientas.

En duodécimo grado, se da continuidad a la línea directriz con el planteamiento del teorema fundamental del Álgebra, por lo que conocen que en el dominio de los números complejos toda ecuación algebraica de grado n tiene exactamente n raíces complejas y se pueden hallar los ceros de un polinomio de grado n en este dominio.

En la línea directriz Correspondencias y funciones⁹ en undécimo grado se sistematizan las funciones estudiadas en grados anteriores. Se amplían las propiedades globales con la introducción de la inyectividad, sobreyectividad y biyectividad. Se introducen los conceptos de función inversa y función compuesta, la determinación de las ecuaciones de las funciones inversas y compuestas, así como, las operaciones con funciones.

Se amplía el estudio de las funciones con la introducción de la función raíz cuadrada y raíz cúbica y su generalización para las funciones de exponente racional, de igual forma se estudian

⁹ *Ibidem*, pp. 66-75.

las funciones exponenciales, logarítmicas y trigonométricas y sus propiedades globales.

En duodécimo grado a partir del concepto de función se estudian las sucesiones, en particular las sucesiones numéricas (funciones de dominio natural), de modo que los educandos estén en condiciones de describir o interpretar fenómenos y procesos de la realidad y de otras asignaturas que se modelan con el recurso de funciones.

De este modo, en el grado, se deben interpretar o modelar situaciones de carácter político, económico, social o científico-ambiental a partir del dominio de las relaciones y propiedades de estas funciones elementales o de funciones definidas por tramos a partir de ellas, y de las habilidades para poder transferir de una forma de representación (analítica, gráfica o verbal) a otra.

Además, se formulan y resuelven problemas intramatemáticos, en particular, relativos a la generalización y demostración de relaciones y propiedades de funciones elementales y a la determinación de algunas que satisfagan condiciones específicas, haciendo una adecuada utilización de la terminología y simbología matemáticas para representar y comunicar sus ideas y de las ventajas de los asistentes matemáticos con énfasis en el GeoGebra.

Mediante el transcurso de la línea directriz Geometría¹⁰ en el undécimo grado, se realiza una sistematización de las propiedades y relaciones entre elementos básicos de las figuras planas: relaciones de posición entre puntos y rectas y entre rectas; la distancia desde un punto a una recta; triángulos, cuadriláteros, circunferencia y círculo; elementos, propiedades, perímetros y áreas de las figuras planas; se continúa preparando a los educandos en la formulación y resolución de problemas de naturaleza geométrica de la práctica social, sobre la base de la estimación, medición, comparación y cálculo de cantidades de magnitud en que se aplican las propiedades y relaciones de las figuras geométricas y las razones trigonométricas de ángulos cualesquiera.

En el grado se introducen nuevas identidades trigonométricas que les permiten resolver ecuaciones trigonométricas más

¹⁰ Ibídem, pp. 76-90.

complejas que las resueltas en décimo grado. Además, se amplían los conocimientos con el estudio del sistema circular de medidas de ángulos de las funciones trigonométricas, de la geometría analítica de la recta y de las secciones cónicas, las que se definen como lugares geométricos.

Se aplican los conocimientos adquiridos en la resolución y formulación de problemas matemáticos y extramatemáticos que requieren de la comprensión y aplicación de procedimientos como: hallar ecuaciones de rectas, determinar las posiciones relativas entre rectas y hallar, si existen o son necesarios, los puntos de intersección entre estas; calcular longitudes de segmentos o amplitudes de ángulos en figuras dadas y determinar, mediante procedimientos analíticos, las propiedades que estas figuras poseen, determinar la relación de posición entre una recta y una curva de segundo grado (secciones cónicas) y hallar, si existen, los puntos de intersección entre secciones cónicas y rectas y entre secciones cónicas, sus aplicaciones en situaciones de la vida práctica y en la esfera científica, y la aplicación del método analítico a la geometría en la demostración y fundamentación de propiedades y proposiciones de la geometría sintética.

En duodécimo grado se aplica la trigonometría en la representación de los números complejos, y en la realización de operaciones en este dominio numérico. Además, se derivan consecuencias de los axiomas de incidencia de la geometría del espacio y se aplica la geometría analítica del plano a la resolución de problemas en que intervienen figuras geométricas en el espacio representadas de forma verbal, gráfica o analítica, utilizando sistemas de coordenadas cartesianas.

En el undécimo grado la línea directriz Tratamiento de datos / estadística,¹¹ no se realiza mediante un contenido particular, sino en todo lo que se trata en las diferentes unidades del programa en las que se revele la importancia del trabajo con datos para la sociedad, que tienen gran importancia para la formulación y resolución de problemas prácticos, cercanos a la vida cotidiana de los educandos o relacionados con aspectos trascendentes de las

¹¹ *Ibíd*em, pp. 94-100.

ciencias y el desenvolvimiento de la sociedad; cuando se trata la numeración es necesario que estén creadas las condiciones para iniciar la recolección y organización de datos en forma de tablas sencillas.

En duodécimo se amplían los conocimientos adquiridos en grados anteriores en que se revela la relación de esta línea directriz con la línea combinatoria y probabilidades, donde se potencia el desarrollo del pensamiento estadístico y probabilístico desde la formulación y resolución de problemas sobre el procesamiento de datos estadísticos.

En el transcurso de la línea directriz Combinatoria y probabilidades,¹² al igual que en la línea directriz Tratamiento de datos / estadística no se realiza mediante un contenido particular sino que está presente en todas las unidades del programa ya que el pensamiento combinatorio y probabilístico es un componente esencial en la formación de los educandos, porque los prepara para resolver diversas situaciones asociadas a experimentos aleatorios. Además, los entrena para tomar decisiones en situaciones de la realidad donde interviene el azar.

Los educandos desde los primeros grados ordenan conjuntos finitos, seleccionan elementos de estos atendiendo a determinadas condiciones, resuelven problemas sencillos de conteo de naturaleza aritmética y geométrica, aplicando de manera intuitiva ciertos principios. De esta manera se manifiesta esta línea directriz en este grado ya que en duodécimo resuelven y formulan problemas de conteo y determinación de la probabilidad clásica de sucesos, en los que se aplican principios, como el de la multiplicación, los diagramas de Venn y las fórmulas para el cálculo del número de permutaciones, variaciones y combinaciones en la formulación y resolución de problemas de conteo y la determinación de la probabilidad de sucesos. Además, los entrena para tomar decisiones en situaciones de la realidad donde interviene el azar.

En el transcurso de las líneas directrices relativas a conocimientos, habilidades y formas de pensamiento matemático se

¹² *Ibíd*em, pp. 90-94.

entrelazan las relativas a habilidades, capacidades y hábitos matemáticos de carácter más general, que requieren también el desarrollo de cualidades, convicciones y actitudes

En cuanto a la línea directriz Adiestramiento lógico-lingüístico,¹³ esta tiene gran influencia en un conjunto de elementos significativos de la formación y desarrollo de la personalidad del educando, pues contribuye a lograr una interrelación apropiada entre la dirección racional y emocional del comportamiento de este, desarrolla rasgos del carácter y hábitos del pensar, estimula la movilidad de los procesos del pensamiento, favorece la coherencia y precisión al expresar una idea del lenguaje común al matemático y viceversa y capacita para la valoración crítica del trabajo, tanto propio como de los otros educandos. Esta se concreta al exigir que argumenten matemáticamente sus posiciones, operen con los conceptos matemáticos, se comuniquen utilizando la terminología y simbología matemáticas y trabajen con representaciones de objetos matemáticos, sean conceptos, proposiciones o procedimientos.

En el transcurso de la línea directriz Modelar¹⁴ teniendo en cuenta que la modelación es parte de la esencia del quehacer matemático, debe ser objeto de enseñanza y de aprendizaje por parte de los educandos ya que les permite adiestrarse en la utilización de formas de trabajo matemático para obtener nuevos conocimientos, desarrollar su personalidad en múltiples aspectos, interpretar modelos más complejos, modificar y crear otros nuevos para representar situaciones abstractas o de la realidad, evaluar su pertinencia, determinar los más racionales en función de la resolución de un problema dado y valorar la posibilidad de transferirlos a otras situaciones.

En relación con la línea directriz Utilizar recursos y técnicas para la racionalización del trabajo mental y práctico¹⁵ sienta las bases para el desarrollo de la actividad creadora y exige de los educandos una planificación, organización, ejecución y control

¹³ Ibídem, pp. 110-113.

¹⁴ Ibídem, pp. 113-118.

¹⁵ Ibídem, pp. 118-126.

adecuados de la actividad, condicionada por el dominio de los contenidos matemáticos que se deben aplicar.

Para ello se requiere aprovechar determinados medios, algoritmos y formas de trabajo y pensamiento, que racionalizan el esfuerzo mental y práctico contribuyendo a que el tiempo disponible se utilice con efectividad. En el transcurso de esta línea directriz en el grado es de gran importancia la aplicación consciente del programa heurístico general, de algunos principios, estrategias y reglas (generales o específicas) y sistematizar los nuevos recursos heurísticos que vaya incorporando, además de seleccionar, modificar, crear y aplicar procedimientos algorítmicos, describiendo sus pasos con el apoyo de diferentes formas de representación y fundamentando la base conceptual subyacente a estos.

La línea directriz Formular y resolver problemas¹⁶ se entrelaza con todas las líneas directrices anteriormente señaladas una vez que constituye el eje central de la concepción general del trabajo de la disciplina. El aprendizaje de la Matemática se realiza por medio de la actividad de formular y resolver problemas, de modo que estos se utilicen no solo para la fijación de los contenidos, sino también para aprender otros nuevos.

En todos los grados los educandos deben aprender a resolver problemas matemáticos en sentido amplio, en tanto se sitúan ante situaciones problemáticas que exigen que movilicen sus recursos personológicos hacia el logro de un objetivo, para el cual no poseen de antemano una vía de solución conocida.

En el transcurso de esta línea directriz en la educación pre-universitaria se considera que resolver problemas implica tanto modelar como aplicar modelos conocidos a situaciones intramatemáticas y extramatemáticas, los que pueden ser resueltos por medio de la elaboración de ideas matemáticas y estrategias de solución, que propicien establecer relaciones entre los contenidos de distintas áreas matemáticas y asignaturas, y el aprovechamiento de las TIC, de los asistentes matemáticas (en particular GeoGebra) y otros recursos.

¹⁶ *Ibíd.*, pp. 126-133.

Además, cuando se declara formular problemas se trata de ofrecer una situación abierta para completar su estructura externa a partir de conocimientos y experiencias matemáticas previas que se posean, así como la reformulación de problemas previamente resueltos, variando condiciones y utilizando las facilidades de los asistentes matemáticos cuando resulte conveniente.

Se pretende modificar la forma tradicional del tratamiento de los contenidos en la clase, para incorporar metodologías dinámicas con el uso del GeoGebra, así como conocer las posibilidades que ofrece el GeoGebra para manipular, interactuar y experimentar de forma tal de hacer unas matemáticas dinámicas haciendo uso de la computadora y de los dispositivos móviles. En fin, se trata de cambiar el rol del profesor en el proceso de la enseñanza-aprendizaje de la Matemática, para potenciar el protagonismo del educando y que sea capaz de crear su propio aprendizaje.

Para cumplir con la función que se le ha asignado, la asignatura Matemática requiere ser desarrollada con un enfoque metodológico general que tenga en cuenta las experiencias de avanzada y los resultados en el campo de las Ciencias de la Educación y de la Didáctica de la Matemática.

Objetivos generales

OBJETIVOS GENERALES DE LA DISCIPLINA EN LA EDUCACIÓN PREUNIVERSITARIA

1. Mostrar en su actuación una concepción científica del mundo, una comprensión de la función social de la ciencia matemática, una orientación política e ideológica y actitudes generales y científicas, que tributen a los contenidos principales definidos para la educación integral de los educandos de la educación preuniversitaria en nuestra sociedad.
2. Demostrar interés y gusto hacia el estudio de la matemática, para el logro de una real comprensión de sus contenidos y el desarrollo de sus capacidades para su aplicación en situaciones intramatemáticas y extramatemáticas, a partir del reconocimiento de la importancia de esta disciplina para sí, para la continuidad de estudios, y para la sociedad.
3. Modelar situaciones intramatemáticas de diferentes disciplinas científicas y contextos de la realidad que propicien el desarrollo de la educación patriótica, ciudadana y jurídica; la científica y tecnológica; para la salud y la sexualidad con enfoque de género; la estética; la politécnica, laboral, económica y profesional; la orientada a la comunicación; la ambiental para el desarrollo sostenible y para la orientación y la proyección social.
4. Aplicar de manera independiente y flexible formas de trabajo y pensamiento matemáticos en la realización de argumentaciones y operaciones con conceptos matemáticos, vinculados al dominio de los números reales, al procesamiento estadístico de datos, al trabajo con variables, ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones, a las funciones modulares y potenciales con exponente entero y fraccionario, exponenciales, logarítmicas y a la trigonometría y sus aplicaciones en donde se propicie la comunicación utilizando la terminología y simbología

matemáticas, la transferencia de una forma de representación a otra de un objeto matemático, en la utilización de modelos matemáticos conocidos, en el uso de recursos para la racionalización de su trabajo mental y práctico, en general, en la formulación y resolución de problemas.

5. Formular y resolver problemas matemáticos y extramatemáticos, relacionados con fenómenos y procesos de carácter político-ideológico, económico-social y científico-ambiental, que requieran la aplicación integrada de conocimientos, habilidades y hábitos relativos a los dominios numéricos, las magnitudes, las ecuaciones, inecuaciones y sistemas de unas y otras, las funciones racionales e irracionales, la geometría euclidea del plano y del espacio, la geometría analítica, las secciones cónicas, la combinatoria, el cálculo clásico de probabilidades y el procesamiento estadístico de datos, así como de otros recursos cognitivos, heurísticos, metacognitivos y personalológicos sin y con la utilización de asistentes matemáticos, en particular del GeoGebra.
6. Comunicar sus ideas, conceptos, fundamentaciones y argumentaciones matemáticas, vinculadas con el contenido del programa de forma oral y escrita, de manera coherente y compacta, con y sin apoyo de las tecnologías, en la elaboración y demostración de conjeturas y, en general, en la formulación y resolución de problemas, utilizando la terminología y simbología propias de la asignatura en la educación preuniversitaria.
7. Aplicar en su actividad de estudio individual y colectivo procedimientos y técnicas para el logro de un aprendizaje desarrollador y la racionalización eficiente de su trabajo mental, en un clima afectivo que le permita la valoración de sus resultados y la superación permanente en su futura actividad laboral.

OBJETIVOS GENERALES DE LA ASIGNATURA EN ONCENO GRADO

1. Mostrar en su actuación la comprensión de aspectos epistemológicos e históricos relevantes de esta ciencia, el reconocimiento de su importancia para orientarse y valorar hechos y

- fenómenos de la realidad y el desarrollo de actitudes generales y científicas que contribuyan a su educación integral.
2. Demostrar interés y gusto hacia el estudio de los contenidos del grado al implicarse de forma protagónica en los procesos de comprensión y aplicación de estos a situaciones intramatemáticas y extramatemáticas, a partir del reconocimiento de su importancia para sí, para la continuidad de estudios, y para la sociedad.
 3. Modelar matemáticamente a partir de modelos analíticos y gráficos situaciones vinculadas con los contenidos del programa que propicien el desarrollo de la educación patriótica, ciudadana y jurídica; la científica y tecnológica; para la salud y la sexualidad con enfoque de género; la estética; la politécnica, laboral, económica y profesional; la orientada a la comunicación; la ambiental para el desarrollo sostenible y para la orientación y la proyección social que les permita extraer conclusiones a partir de esos modelos acerca de las propiedades y relaciones que se cumplen en la situación que se estudia, aplicando conceptos, relaciones y procedimientos relativos al cálculo logarítmico, las variables; ecuaciones e inecuaciones algebraicas y trascendentes; funciones racionales e irracionales; geometría sintética y analítica, las secciones cónicas y la trigonometría, y sus aplicaciones.
 4. Aplicar de manera independiente y flexible formas de trabajo y pensamiento matemáticos en la realización de argumentaciones y operaciones con conceptos matemáticos vinculados al cálculo de logaritmos y sus propiedades, al cálculo de logaritmos decimales y antilogaritmos, las funciones racionales e irracionales (función raíz cuadrada y raíz cúbica, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas), la determinación de las ecuaciones de las funciones inversas y compuestas, el trabajo con variables, la resolución de ecuaciones con radicales, de ecuaciones e inecuaciones exponenciales y logarítmicas y de ecuaciones trigonométricas en el sistema circular, los sistemas de ecuaciones, la geometría analítica de la recta en el plano y las secciones cónicas, en la comunicación utilizando la terminología y simbología matemáticas, en la transferencia de una

forma de representación a otra de un objeto matemático, en la utilización de modelos matemáticos conocidos y en el uso de recursos para la racionalización del trabajo mental y práctico.

5. Formular y resolver problemas matemáticos y extramatemáticos relacionados con fenómenos y procesos de carácter político-ideológico, económico-social y científico-ambiental, que requieran la aplicación integrada de conocimientos, habilidades y hábitos que exijan el cálculo de logaritmos y antilogaritmos, las funciones racionales e irracionales en sus diferentes formas de representación, las propiedades globales de las funciones, las operaciones con funciones, la resolución de ecuaciones con radicales, de ecuaciones e inecuaciones exponenciales y logarítmicas de sistemas de ecuaciones y la trigonometría, así como de otros recursos cognitivos, heurísticos, metacognitivos y personalológicos sin y con la utilización de asistentes matemáticos, en particular el GeoGebra.
6. Comunicar sus ideas, conceptos, fundamentaciones y argumentaciones matemáticas vinculadas al programa del grado, de forma oral y escrita, de manera coherente y compacta, con y sin apoyo de las tecnologías, en la elaboración y demostración de conjeturas y en general, en la formulación y resolución de problemas, utilizando la terminología y simbología propias de la asignatura en el grado.
7. Aplicar en su actividad de estudio individual y colectivo procedimientos y técnicas para orientarse adecuadamente en la ejecución de las tareas de aprendizaje de manera independiente y cooperada en un clima afectivo de autocontrol que le permita la valoración de sus resultados, la utilización de las técnicas adecuadas para el logro de un aprendizaje desarrollador y la racionalización eficiente del trabajo mental en su futura actividad laboral mediante la utilización de *software*, recursos audiovisuales y asistentes matemáticos, particularmente el GeoGebra.

Plan temático

Unidades	Tiempo aproximado (h-c)
Funciones numéricas, sus propiedades y operaciones	25
Ecuaciones y funciones exponenciales y logarítmicas	34
Ecuaciones y funciones trigonométricas	27
Geometría analítica de la recta en el plano	33
Curvas de segundo grado y secciones cónicas	33
Evaluación	6
Reserva	27
Total	185

OBJETIVOS, CONTENIDOS Y ORIENTACIONES GENERALES POR UNIDADES

UNIDAD 1 Funciones numéricas, sus propiedades y operaciones (25 h-c)

Objetivos

1. Resolver y formular problemas que requieran de la identificación, determinación y aplicación de las funciones numéricas en sus diferentes formas de representación y de las propiedades globales estudiadas (dominio de definición, conjunto imagen, ceros, monotonía, paridad, signos de la función, inyectividad, valores máximos y mínimos, asíntotas y simetría del gráfico de la función).
2. Identificar cuándo una función es inyectiva, sobreyectiva o biyectiva desde su representación gráfica o analítica.

3. Identificar, determinar y aplicar las funciones potenciales de exponente racional de ecuaciones $y = f^{-1}(x) = x^{\frac{1}{2}} (x \in \mathbb{R}; x \geq 0)$ y $y = h^{-1}(x) = x^{\frac{1}{3}} (x \in \mathbb{R})$ como inversas de las funciones potenciales de exponente entero de ecuaciones $y = f(x) = x^2 (x \geq 0)$ y $y = h(x) = x^3$.
4. Determinar gráficamente y analíticamente la función inversa de una función numérica con o sin la utilización del GeoGebra.
5. Transferir de una forma de representación a otra (analítica a la gráfica y viceversa) las funciones raíz cuadrada, raíz cúbica y las funciones potenciales de exponente fraccionario a partir de sus propiedades, su representación analítica o gráfica, lo que incluye determinar funciones que satisfagan determinadas condiciones al trasladarse en la dirección de los ejes de coordenadas, al dilatarse, contraerse o experimentar una reflexión con respecto al eje de las x , con y sin la utilización del GeoGebra.
6. Formular y resolver problemas donde es necesario identificar, determinar y aplicar las funciones potenciales, sus ecuaciones, gráficos y propiedades globales en que se incorpora, la inyectividad, sobreyectividad, biyectividad con y sin aplicación de asistentes matemáticos y *softwares*, particularmente el GeoGebra.
7. Resolver ecuaciones con radicales que requieren una o dos elevaciones al cuadrado y comprender la importancia de la comprobación en las ecuaciones con radicales, cuando se realizan operaciones que no son equivalentes.
8. Formular y resolver problemas en los que se exija la determinación de las funciones suma, diferencia, producto, cociente y compuesta, de dos funciones numéricas de variable independiente.
9. Formular y resolver problemas que requieren de los cálculos con cantidades (fundamentalmente, cantidades de magnitudes) en el contexto de una fórmula, al efectuar un despeje o al operar con radicales.
10. Modelar situaciones de la vida práctica y de la esfera científica que requiera de las funciones numéricas, sus propiedades y operaciones.

Contenidos por temáticas	H-C
<p>1.1 Funciones numéricas</p> <p>Formulación y resolución de problemas intramatemáticos y relacionados con situaciones de la vida cotidiana, de otras ciencias, de la economía y de la sociedad en general, en los que se aplican las funciones lineales, cuadráticas, modulares y potenciales de exponente entero, sus propiedades (dominio de definición, conjunto imagen, cero, signo, monotonía, valores funcionales extremos, paridad, asíntotas y simetría del gráfico de la función).</p> <p>Representación gráfica de estas funciones en dominios de definición restringidos y la determinación e interpretación de las propiedades en diferentes formas de representación.</p> <p>Definición de función inyectiva, sobreyectiva y biyectiva, a partir de las funciones lineales, cuadráticas, modulares y potenciales de exponente entero.</p>	8
<p>1.2 Función inversa, funciones raíz cuadrada y raíz cúbica. Ecuaciones con radicales y operaciones con funciones</p> <p>Definición de función inversa. Análisis de las funciones reales, de ecuaciones $y = f^{-1}(x) = x^{\frac{1}{2}} (x \in \mathbb{R}; x \geq 0)$ y $y = h^{-1}(x) = x^{\frac{1}{3}} (x \in \mathbb{R})$ como inversas de las funciones, cuyas ecuaciones son $y = f(x) = x^2 (x \in \mathbb{R}; x \geq 0)$ y $y = h(x) = x^3 (x \in \mathbb{R})$, respectivamente. Relación geométrica entre el gráfico y su función inversa.</p> <p>Definición y representación gráfica de las funciones, de ecuación $y = f(x) = \sqrt{x} (x \in \mathbb{R}; x \geq 0)$ y $y = f(x) = \sqrt[3]{x} (x \in \mathbb{R})$. Sus propiedades globales: dominio de definición, conjunto imagen, ceros, signos, monotonía, paridad, valores extremos, inyectividad y simetría del gráfico.</p> <p>Traslaciones de los gráficos de las funciones potenciales estudiadas en la dirección de los ejes de coordenadas.</p> <p>Representación gráfica de funciones de la forma $y = a\sqrt{x+d} + e$ y $y = \sqrt[3]{x+d} + e$ dada su ecuación y viceversa, e identificar sus propiedades globales.</p> <p>Ecuaciones con radicales en las que el procedimiento de solución exija no más de dos elevaciones al cuadrado.</p> <p>Funciones potenciales, de ecuaciones $y = x^{\frac{1}{n}} (n \in \mathbb{N}; n \geq 2)$. Generalización de sus propiedades y esbozo del gráfico para n par y n impar.</p>	14

<p>Operaciones racionales con funciones (adición, sustracción, multiplicación y división). Función compuesta y su dominio de definición. Laboratorio: tratamiento dinámico de las funciones de ecuaciones $y = f(x) = \sqrt{x}$ ($x \in \mathbb{R}; x \geq 0$) y $y = f(x) = \sqrt[3]{x}$ ($x \in \mathbb{R}$) y sus propiedades globales utilizando el GeoGebra u otros asistentes matemáticos. Generalización de las propiedades y esbozo del gráfico de las funciones potenciales, de ecuaciones $y = x^{\frac{1}{n}}$ ($n \in \mathbb{N}; n \geq 2$) para n par y para n impar.</p>	
<p>Consolidación de la unidad</p>	<p>3</p>

Orientaciones generales para la unidad

En la subunidad temática 1.1 se deben sistematizar las funciones numéricas estudiadas (lineales, cuadráticas, modulares y potenciales de exponente entero). Esta sistematización se realiza a partir de la resolución y formulación de problemas intramatemáticos y relacionados con situaciones de la vida cotidiana, de otras ciencias, de la economía y de la sociedad en general, en los que es necesario aplicar estas funciones, analizar sus propiedades globales (dominio de definición, conjunto imagen, cero, signo, monotonía, valores máximos y mínimos, simetría del gráfico y paridad); representarlas gráficamente en dominios de definición restringidos e interpretar sus propiedades en diferentes formas de representación. Es importante la interpretación y modelación de situaciones de la vida cotidiana, de las ciencias y de la práctica social en general, utilizando las funciones numéricas estudiadas.

En esta subunidad temática los educandos definen función inyectiva y su interpretación geométrica. En este caso es necesario analizar cuáles de las funciones estudiadas son inyectivas y cómo se puede lograr que una función cumpla esta propiedad a partir de restringir su dominio. Después se define la función sobreyectiva y posteriormente la función biyectiva.

La subunidad temática 1.2 comienza presentado una situación problemática en que se evidencia la relación entre una función y su inversa. La definición de función inversa permite comprender las funciones potenciales de ecuaciones $y = f^{-1}(x) = x^{\frac{1}{2}}$ ($x \in \mathbb{R}; x \geq 0$)

y $y = h^{-1}(x) = x^{\frac{1}{3}} (x \in \mathbb{R})$ como inversas de las funciones, cuyas ecuaciones son $y = f(x) = x^2 (x \in \mathbb{R}; x \geq 0)$ y $y = h(x) = x^3 (x \in \mathbb{R})$ respectivamente, identificarlas como dos funciones potenciales y particularizarlas como las funciones raíz cuadrada de ecuación ($g(x) = \sqrt{x}; x \geq 0$) y raíz cúbica de ecuación ($i(x) = \sqrt[3]{x}$). De estas funciones, se hallan valores funcionales, se plotean estos puntos y se traza el gráfico; se determina el dominio de definición, el conjunto imagen, los ceros, los signos, la monotonía y la simetría del gráfico, la paridad, los valores máximo y mínimo, y se analiza la inyectividad. Se sugiere la utilización del GeoGebra para la obtención o comprobación de las propiedades.

Es importante que los educandos reconozcan la relación geométrica entre los gráficos de dos funciones inversas y realicen traslaciones de los gráficos en la dirección de los ejes de coordenadas. Este es el momento en que se pueden introducir y resolver ecuaciones con radicales como un recurso para calcular los ceros de estas funciones; posteriormente se ejercitará la resolución de ecuaciones con radicales de argumentos lineales o cuadráticos, en las que se requieran no más de dos elevaciones al cuadrado.

De la misma forma que se realizó en el décimo grado, se deben sistematizar funciones potenciales, de ecuaciones $y = x^{\frac{1}{n}} (n \in \mathbb{N}; n \geq 2)$; en este caso se realiza una generalización de las propiedades y de sus gráficos para exponentes en que la n es par o impar. En esta generalización es esencial que utilicen simulaciones y animaciones elaboradas con asistentes geométricos.

En esta subunidad temática los educandos deben realizar operaciones racionales con funciones (adición, sustracción, multiplicación y división) y la composición de funciones aplicada a la resolución de problemas. Para la comprensión de la composición de funciones se debe utilizar una ilustración de las correspondencias empleando los diagramas de Venn. Posteriormente se halla la ecuación de una función compuesta y se determina su dominio de definición.

La temática debe caracterizarse por la interpretación y modelación de situaciones de la vida cotidiana, de las ciencias y de la práctica social en general, utilizando las funciones numéricas estudiadas.

UNIDAD 2 Ecuaciones y funciones exponenciales y logarítmicas (34 h-c)

Objetivos

1. Formular y resolver problemas intramatemáticos y extramatemáticos en los que es necesario reconocer y resolver ecuaciones e inecuaciones exponenciales; realizar el cálculo con cantidades de magnitudes en el contexto de una fórmula, de un despeje o en la realización de operaciones en las que se apliquen las propiedades de las potencias.
2. Calcular logaritmos y antilogaritmos a partir del dominio de la relación entre $a^c = b$ y $\log_a b = c$ ($b > 0$; $a > 0$, $a \neq 1$), del conocimiento de las propiedades de las potencias y los logaritmos, la utilización de la tabla de logaritmos decimales y la aplicación de las reglas de cálculo aproximado.
3. Formular y resolver problemas intramatemáticos y extramatemáticos en los que es necesario reconocer y resolver ecuaciones e inecuaciones logarítmicas; realizar el cálculo con cantidades de magnitudes en el contexto de una fórmula, de un despeje o en la realización de operaciones en las que se apliquen las propiedades de las potencias y los logaritmos.
4. Representar e interpretar gráficos de funciones exponenciales y logarítmicas de base real positiva ($0 < a < 1$ o $a > 1$) en diferentes dominios de definición con o sin la utilización de *softwares*, recursos audiovisuales y asistentes matemáticos, particularmente el GeoGebra.
5. Interpretar y realizar reflexiones de los gráficos sobre el eje de las abscisas, dilataciones o contracciones de los valores funcionales y las traslaciones en la dirección de los ejes de coordenadas.
6. Determinar gráfica y analíticamente la función inversa de funciones exponenciales y logarítmicas con o sin la utilización del GeoGebra.
7. Transferir de una forma de representación a otra (analítica a la gráfica y viceversa) las funciones exponencial y logarítmica a partir de sus propiedades, su representación analítica o gráfica, lo que incluye determinar funciones que satisfagan determinadas condiciones con y sin la utilización del GeoGebra.

8. Formular y resolver problemas, relacionados con la vida cotidiana, las ciencias y situaciones de la sociedad en general, en los que sea necesario identificar, determinar y aplicar las diferentes formas de representación de las funciones exponenciales o logarítmicas, sus propiedades globales (dominio de definición, el conjunto imagen, los ceros, la monotonía, la paridad, la inyectividad, los signos, las asíntotas), la función inversa y la función compuesta.
9. Modelar situaciones de la vida práctica y la esfera científica que requiera de las funciones exponenciales y logarítmicas, sus representaciones gráficas y propiedades.

Contenidos por temáticas	H-C
<p>2.1 Ecuaciones e inecuaciones exponenciales</p> <p>Formulación y resolución de problemas intramatemáticos y extramatemáticos en los que se requiera el recurso de las propiedades de las potencias de base y el exponente real; la igualdad de potencias y la monotonía de la potenciación.</p> <p>Resolución de ecuaciones exponenciales puras y combinadas con otros tipos de ecuaciones estudiadas. Resolución de inecuaciones</p> <p>Formulación y resolución de problemas intramatemáticos y extramatemáticos en los que sea necesario resolver ecuaciones e inecuaciones exponenciales.</p>	7
<p>2.2 Logaritmo, sus propiedades y ecuaciones e inecuaciones logarítmicas</p> <p>Resolución de ejercicios formales y problemas para profundizar el concepto de logaritmo de base a ($a > 0$, $a \neq 1$), la identidad fundamental logarítmica y del cálculo de logaritmos aplicando la definición.</p> <p>Propiedades de los logaritmos y sus aplicaciones. Monotonía de la logaritmación (diferenciación de casos según la base del logaritmo).</p> <p>Resolución de ecuaciones logarítmicas puras y combinadas con otros tipos de ecuaciones estudiadas. Resolución de inecuaciones.</p>	10
<p>2.3 Logaritmos decimales</p> <p>Logaritmos decimales: característica y mantisa. Uso de las tablas. Antilogaritmo. Cálculos con logaritmos decimales sus propiedades y aplicaciones.</p>	2

<p>2.4 Funciones exponenciales y logarítmicas</p> <p>Representación gráfica y propiedades. Las funciones exponencial y logarítmica como inversa una de la otra.</p> <p>Determinación de las ecuaciones de sus funciones inversas gráfica y analíticamente. Representación gráfica de datos sobre fenómenos naturales y sociales utilizando el concepto de función exponencial o función logarítmica.</p> <p>Representación gráfica de funciones de la forma $y = a^{x+d} + e$ y $y = \log_a(x + d) + e$ dada su ecuación, y viceversa, e identificar sus propiedades globales.</p> <p>Laboratorio: tratamiento dinámico de la función exponencial de ecuación $f(x) = a^x$ ($x \in \mathbb{R}$, $a > 0$, $a \neq 1$) y de la función logarítmica de ecuación $g(x) = \log_a x$ ($x \in \mathbb{R}$, $x > 0$, $a > 0$, $a \neq 1$) y sus propiedades globales utilizando GeoGebra u otros asistentes matemáticos.</p>	11
<p>Consolidación de la unidad</p>	4

Orientaciones generales para la unidad

Lo esencial en la subunidad temática 2.1 es la resolución de ecuaciones e inecuaciones exponenciales las que se deben introducir mediante situaciones problémicas que revelen la necesidad de estudiarlas. En un primer momento se sistematizan las potencias de bases y exponentes reales y sus propiedades, posteriormente se aplican las transformaciones algebraicas, las propiedades de las potencias y la igualdad de dos potencias de la misma base real a ($a \neq 1$) en la resolución de este tipo de ecuaciones. De forma análoga se deben resolver inecuaciones exponenciales; en este caso se aplica la monotonía de las potencias de base real a , donde es necesario diferenciar los casos: $0 < a < 1$ y $a > 1$. Como se puede apreciar, la esencia es el desarrollo de habilidades en la resolución de ecuaciones e inecuaciones exponenciales y sus aplicaciones en la resolución de problemas. Se deben proponer ecuaciones combinadas (por ejemplo: exponencial ↔ logarítmica y radical ↔ exponencial).

En la subunidad temática 2.2 se realiza una sistematización del concepto de logaritmo, iniciado en el décimo grado, fundamentalmente en la aplicación de la identidad fundamental logarítmica y la definición de logaritmo. Un conocimiento esencial de esta subunidad temática es la obtención de las propiedades

de los logaritmos y sus aplicaciones; la igualdad de dos logaritmos de igual base y su aplicación en la resolución ecuaciones logarítmicas y la monotonía de los logaritmos de base real a ($0 < a < 1$ o $a > 1$) y su aplicación en la resolución de inecuaciones logarítmicas. La esencia es el desarrollo de habilidades en la resolución de ecuaciones e inecuaciones logarítmicas y sus aplicaciones en la resolución de problemas. Se deben proponer ecuaciones logarítmicas combinadas (por ejemplo: logarítmica \leftrightarrow exponencial y logarítmica \leftrightarrow radical).

En la subunidad temática 2.3 se estudian los logaritmos decimales y se reconoce la importancia que estos tienen en el sistema de logaritmos. Se introducen los conceptos de característica y mantisa. A partir de ejercicios de cálculos y problemas prácticos se llega a la definición de antilogaritmo de un número, que resulta importante para la asignatura Química y sus aplicaciones a otras ciencias en que la modelación juega un papel fundamental.

En la subunidad temática 2.4 se estudian dos tipos de funciones mutuamente inversas: las funciones exponenciales y logarítmicas. La función exponencial se puede introducir a partir de una situación de la vida práctica que se modele por la relación $f(x) = 2^x$ y la función logarítmica como inversa de la exponencial. Estas funciones no deben trabajarse de manera aislada, sino mediante ejemplos en los que se puedan analizar las relaciones entre los pares ordenados que pertenecen a ambas funciones (por ejemplo $f(x) = 2^x$ y $g(x) = \log_2 x$), hacer el ploteo de puntos en dadas por las ecuaciones un sistema de coordenadas rectangulares y obtener el esbozo de los gráficos. Después deben obtener sus gráficos con la ayuda del GeoGebra u otros asistentes geométricos.

Se introducen las propiedades de las funciones exponenciales y logarítmicas de base real a ($0 < a < 1$ o $a > 1$), y se trazan sus gráficos en dominios restringidos, se interpretan las propiedades en diferentes representaciones y se realizan traslaciones de los gráficos y sus asíntotas en la dirección de los ejes de coordenadas. Es importante la identificación, interpretación y aplicación las propiedades globales de las funciones exponenciales y logarítmicas representadas por su ecuación o mediante su gráfico en diferentes dominios de definición; de igual forma, transferir las

propiedades de estas funciones desde sus representaciones analíticas a la gráfica, y viceversa; resolver y formular problemas intramatemáticos y extramatemáticos que se puedan modelar a partir de ecuaciones y funciones exponenciales y logarítmicas. Se propondrán ejercicios que exijan la determinación de las ecuaciones de las funciones inversas a ambas funciones.

Como ampliación de los conocimientos que deben poseer los educandos se dará a conocer la función exponencial de ecuación $f(x) = e^x$ y la función logarítmica de ecuación $g(x) = \ln x$ por las aplicaciones que tiene en la resolución de problemas vinculados a la ciencia y la tecnología.

La modelación de situaciones de la vida cotidiana, de las ciencias y de la práctica social en general, en las que se utilicen las ecuaciones y funciones exponenciales y logarítmicas constituye un objetivo fundamental que se debe cumplir en esta subunidad temática.

Dando continuidad al estudio de las funciones compuestas iniciado en la subunidad temática 1.2, se deben proponer ejercicios que vinculen la determinación de funciones compuestas de dos funciones, en las cuales aparezcan funciones exponenciales o logarítmicas, y determinar el dominio de definición y sus inversas.

UNIDAD 3 Ecuaciones y funciones trigonométricas (27 h-c)

Objetivos

1. Calcular razones trigonométricas de ángulos cualesquiera dados en el sistema circular o sexagesimal, y de manera particular de los ángulos axiales y notables.
2. Reconocer y aplicar las definiciones de las razones trigonométricas en el contexto de la circunferencia trigonométrica y sus relaciones fundamentales.
3. Calcular las razones trigonométricas de un ángulo cualquiera en el intervalo principal, donde es necesario aplicar las fórmulas de reducción, los signos de las razones en cada cuadrante, las tablas trigonométricas y las reglas para el cálculo aproximado.
4. Calcular las razones trigonométricas de ángulos cualesquiera, dados en el sistema circular o sexagesimal.

5. Demostrar igualdades trigonométricas a partir de la aplicación de las identidades trigonométrías fundamentales, las fórmulas de adición, las del ángulo duplo y de otros recursos algebraicos.
6. Resolver ecuaciones trigonométricas, en las que es necesario aplicar la generalización del concepto de ángulo para calcular razones trigonométricas de ángulos cualesquiera y otros recursos algebraicos y trigonométricos como las identidades trigonométricas fundamentales, las fórmulas de adición y las del ángulo duplo.
7. Describir e interpretar situaciones de la realidad a partir del recurso de las funciones trigonométricas de ecuaciones $y = \text{sen } x$; $y = \text{cos } x$; $y = \text{tan } x$; $y = \text{cot } x$, de sus propiedades y su representación analítica, gráfica o descriptiva y viceversa.
8. Formular y resolver problemas relacionados con las funciones trigonométricas elementales, en particular las que representan oscilaciones armónicas ($y = \text{asen } (bx + c)$ y $y = \text{acos } (bx + c)$; con a , b y c parámetros reales, $b \neq 0$), y sus aplicaciones en situaciones sencillas de la práctica cotidiana y de la esfera científica.
9. Modelar situaciones de la vida práctica y la esfera científica que requiera de las funciones trigonométricas, sus representaciones gráficas y sus propiedades.

Contenido por temáticas	H-C
<p>3.1 El sistema circular de medida de ángulos</p> <p>Sistema circular de medida de ángulos. Definición de radián. Medida de los ángulos notables y axiales en el sistema circular. Conversión de ángulos del sistema sexagesimal al circular y viceversa. Conjunto de ángulos coterminales en el sistema circular. Los ángulos axiales y sus coterminales.</p>	3
<p>3.2 Razones trigonométricas en la circunferencia trigonométrica</p> <p>Sistematización de las razones trigonométricas en la circunferencia trigonométrica (seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante). Signos y fórmulas de reducción para los ángulos de 0 a 2π en el sistema circular. Cálculo de las razones trigonométricas para ángulos cualesquiera, medidos en ambos sistemas y su aplicación en ejercicios de cálculo y en la formulación y resolución de problemas. Formulación y resolución de problemas.</p>	4

<p>3.3 Identidades y ecuaciones trigonométricas</p> <p>Sistematización de las identidades trigonométricas elementales. Fórmulas de adición (seno, coseno, tangente y cotangente, de la suma y diferencia de dos ángulos) y del ángulo duplo. Aplicación en la demostración de otras identidades trigonométricas y en la resolución de ecuaciones trigonométricas.</p> <p>Resolución de ecuaciones trigonométricas puras y combinadas con otros tipos de ecuaciones estudiadas.</p>	8
<p>3.4 Funciones trigonométricas</p> <p>Definición de las funciones seno, coseno, tangente, cotangente. Representación gráfica y sus propiedades globales (se incluye la periodicidad).</p> <p>Las ecuaciones $y = a \sin (bx + c)$ y $y = a \cos (bx + c)$; (con a, b y c parámetros reales, $b \neq 0$). Propiedades y aplicaciones.</p> <p>Formulación y resolución de problemas de aplicación de las funciones trigonométricas</p> <p>Laboratorio: tratamiento dinámico de las funciones trigonométricas estudiadas y sus propiedades globales utilizando GeoGebra u otros asistentes matemáticos.</p>	9
<p>Consolidación de la unidad</p>	3

Orientaciones generales para la unidad

En la subunidad temática 3.1 se introduce el sistema circular de medida de ángulos y se realiza la conversión de un sistema a otro (del sexagesimal al circular y viceversa); se reconocen conjuntos de ángulos coterminales de ángulos cualesquiera y en particular de los ángulos axiales y notables. Es de vital importancia la comprensión de la definición de radián.

Lo fundamental en la subunidad temática 3.2 es calcular los valores de las razones trigonométricas de ángulos cualesquiera, sobre la base de la comprensión de la ampliación del concepto de ángulo que ya se trabajó en décimo grado. En este caso lo esencial es la comprensión de que las razones trigonométricas de un conjunto de ángulos coterminales con un ángulo α , del intervalo principal, se pueden expresar mediante las razones correspondientes del ángulo α , por ejemplo: $\sin (\alpha + 2k\pi) = \sin \alpha$,

(con $\alpha \in [0; 2\pi]$ y $k \in \mathbb{Z}$) y su aplicación en ejercicios de cálculo trigonométrico y en la resolución y formulación de problemas. Es importante proponerles a los educandos la formulación y resolución de problemas

En la unidad temática 3.3 se sistematizan las identidades fundamentales que se iniciaron en décimo grado y se amplían con las fórmulas del seno, coseno, tangente y cotangente de la suma y la diferencia de dos ángulos, y a partir de estas se obtienen las del ángulo duplo para estas razones. Se aplican estas identidades en la demostración de otras identidades trigonométricas y en la resolución de ecuaciones trigonométricas puras y combinadas: exponencial \leftrightarrow trigonométrica, logarítmica \leftrightarrow trigonométrica y radical \leftrightarrow trigonométrica y otras combinaciones que incluyan hasta tres tipos de ecuaciones. Es importante en la demostración de las identidades el conjunto de valores admisibles de la variable (dominio básico de la identidad).

En la subunidad temática 3.4 los educandos deberán reconocer que hasta este momento se ha trabajado con las razones trigonométricas, que son las imágenes de las nuevas funciones que se estudiarán. La idea es que establezcan las correspondencias entre cada ángulo (en el sistema circular) y la razón trigonométrica correspondiente o analizar conjuntos de pares ordenados en los que la primera componente es el ángulo y la segunda la razón trigonométrica, por ejemplo $(x; \text{sen } x)$ con $x \in \mathbb{R}$. De esta forma se obtienen las cuatro funciones trigonométricas de ecuaciones ($y = \text{sen } x$, $y = \text{cos } x$, $y = \text{tan } x$ y $y = \text{cot } x$), sus gráficos y propiedades con la inclusión de la periodicidad, para lo cual se sugiere utilizar el asistente GeoGebra u otros asistentes. Al estudiar las funciones de ecuaciones $y = a \text{sen}(bx + c)$ y $y = a \text{cos}(bx + c)$; (con a , b y c parámetros reales, $b \neq 0$) y sus propiedades. Se sugiere primeramente tratar la función de ecuación $y = a \text{sen } x$ y la incidencia del factor a (dilatación o contracción) sobre el eje de las ordenadas, la función de ecuación, $y = a \text{sen}(bx)$ y la incidencia del factor b (dilatación o contracción) sobre el eje de las abscisas y la incidencia del sumando c en cuanto a la traslación del gráfico de la función sobre el eje de las abscisas.

Es importante que los educandos identifiquen las propiedades globales, hallar el dominio de definición, el conjunto imagen, los

ceros, paridad, inyectividad, signos, intervalos de monotonía, simetría del gráfico de la función y los valores funcionales extremos de funciones trigonométricas, dadas por sus ecuaciones o mediante su representación gráfica.

También se estudiarán las funciones de oscilaciones armónicas y se resolverán y formularán problemas relacionados con otras ciencias que puedan ser modelados utilizando las funciones trigonométricas. En todas estas funciones se utilizarán asistentes geométricos con el objetivo ilustrar de manera dinámica las propiedades y los gráficos mediante las variaciones de los parámetros.

UNIDAD 4 Geometría analítica de la recta en el plano (33 h-c)

Objetivos

1. Esbozar figuras geométricas, que cumplan las condiciones dadas en un enunciado, como condición previa para determinar las vías de solución de problemas intramatemáticos y extramatemáticos.
2. Formular y resolver problemas que requieran de la comprensión y aplicación de las fórmulas para el cálculo de la distancia entre dos puntos, la pendiente de una recta, la distancia de un punto a una recta y las coordenadas del punto medio de un segmento para calcular longitudes de segmentos o amplitudes de ángulos, perímetros y áreas de figuras planas y determinar, mediante procedimientos analíticos, las propiedades que estas figuras poseen.
3. Formular y resolver problemas que requieran de la comprensión y aplicación de procedimientos como: hallar ecuaciones de rectas, determinar las posiciones relativas entre rectas y hallar, si existen o son necesarios, los puntos de intersección entre estas y determinar, mediante procedimientos analíticos, las propiedades que estas figuras poseen con o sin la utilización de *softwares*, recursos audiovisuales y asistentes matemáticos, particularmente el GeoGebra.
4. Formular y verificar proposiciones matemáticas sobre la posición relativa de rectas y las relaciones entre longitudes y áreas de figuras geométricas, aplicando conceptos y relaciones de la geometría sintética y la geometría analítica.

5. Modelar situaciones de la vida práctica y la esfera científica que requiera de la ecuación cartesiana de la recta y sus elementos.

Contenido por temáticas	H-C
<p>4.1 Geometría plana</p> <p>Sistematización de las propiedades y relaciones entre elementos básicos de las figuras planas: relaciones de posición entre puntos y rectas y entre rectas; la distancia desde un punto a una recta; triángulos, cuadriláteros, circunferencia y círculo; elementos, propiedades, perímetros y áreas de las figuras planas.</p>	13
<p>4.2 Geometría analítica de la recta en el plano</p> <p>Fórmulas y relaciones básicas: distancia entre dos puntos, pendiente de una recta determinada por dos puntos y su relación con el ángulo de inclinación, condiciones de paralelismo o perpendicularidad de dos rectas en función de sus pendientes, fórmula para determinar las coordenadas del punto medio de un segmento. Resolución de ejercicios de cálculo, demostración y problemas de aplicación de las fórmulas y relaciones básicas.</p> <p>Ecuación cartesiana de la recta: ecuación de un lugar geométrico, ecuación general de la recta como lugar geométrico (casos particulares), pendiente, representación gráfica, punto de intersección de dos rectas. Distancia de un punto a una recta. Formulación y resolución de problemas de aplicación de la ecuación de una recta.</p> <p>Aplicaciones de la geometría analítica en la demostración y fundamentación de propiedades y proposiciones de la geometría sintética</p> <p>Laboratorio: tratamiento dinámico de las fórmulas, relaciones básicas y ecuación cartesiana de la recta utilizando GeoGebra u otros asistentes.</p>	17
Consolidación de la unidad	3

Orientaciones generales para la unidad

En la subunidad temática 4.1 se sistematizan las figuras planas: triángulos, cuadriláteros, circunferencia y círculo. La idea es reactivar los conocimientos sobre la clasificación, elementos, propiedades, rectas notables (en el triángulo), perímetros y áreas en

estas figuras planas; determinar relaciones entre los lados, entre los ángulos y entre ángulos y lados.

En la unidad temática 4.2 es trascendental destacar que en el trabajo con la Geometría Analítica encontramos dos problemas fundamentales:

1. Dada una figura geométrica, o la condición que deben cumplir los puntos de esta, determinar su ecuación.
2. Dada una ecuación interpretarla geoméricamente, es decir, construir la gráfica correspondiente.

Y que para resolver cualquiera de estos problemas, se trabaja en un sistema de coordenadas rectangulares o sistema cartesiano, el cual lleva este nombre en honor a René Descartes.

A partir de esta premisa lo esencial es reconocer qué lugar geométrico de la ecuación $Ax + By + C = 0$ (A , B y C son parámetros reales tales que $A \neq 0$ o $B \neq 0$) es una recta; representar puntos y rectas en un sistema de coordenadas rectangulares y aplicar los métodos y procedimientos de la geometría analítica en la formulación, y verificación de propiedades de la geometría sintética para lo cual es necesario que los educandos dominen las fórmulas básicas y las relaciones entre punto y recta y entre rectas, para su aplicación en la resolución de ejercicios de cálculo, demostración y problemas de aplicación de las fórmulas y relaciones básicas.

Es importante la aplicación del método analítico a la geometría en la demostración y fundamentación de propiedades y proposiciones de la geometría sintética.

Se sugiere el uso del GeoGebra u otros asistentes matemáticos en el tratamiento del contenido de la unidad como recurso para obtener el conocimiento o comprobar por esta vía los procedimientos analíticos aplicados.

UNIDAD 5 Curvas de segundo grado y secciones cónicas (33 h-c)

Objetivos

1. Explicar y describir las curvas de segundo grado como lugares geométricos y reconocer los elementos fundamentales que las caracterizan.

2. Reconocer aplicaciones de la circunferencia y las secciones cónicas en situaciones de la vida práctica y de la esfera científica.
3. Formular y resolver problemas en los que es necesario identificar las ecuaciones de las secciones cónicas y determinar a partir de ellas sus elementos, propiedades, representación gráfica y viceversa.
4. Obtener las ecuaciones de las secciones cónicas, a partir de sus elementos o de la representación gráfica.
5. Formular y resolver problemas matemáticos y extramatemáticos en los que es necesario determinar la relación de posición entre una recta y una curva de segundo (secciones cónicas) y hallar, si existen, los puntos de intersección entre secciones cónicas y rectas y entre secciones cónicas.
6. Modelar situaciones de la vida práctica y la esfera científica que requieran de las ecuaciones de las secciones cónicas, su representación gráfica y sus elementos.

Contenido por temáticas	H-C
<p>5.1 Circunferencia</p> <p>Circunferencia de centro en el origen de coordenadas. Circunferencia de centro $(h;k)$ radio r (con demostración). Intersección entre una recta y una circunferencia y entre dos circunferencias. Tangente a una circunferencia. Aplicaciones geométricas. Formulación y resolución de problemas en los que es necesario identificar o determinar la ecuación de la circunferencia y a partir de ellas sus elementos, propiedades, relaciones y representación gráfica.</p>	6
<p>5.2 Elipse</p> <p>Definición de la elipse como lugar geométrico del plano. Elementos de la elipse: focos, vértices, excentricidad numérica, longitud de los ejes, distancia focal, relaciones. Ecuación de la elipse referida a su centro y a sus ejes; ecuación de la elipse desplazada con ejes paralelos a los ejes de coordenadas. Intersección de una elipse con una recta o entre elipses, y entre una elipse y una circunferencia. Formulación y resolución de problemas en los que es necesario identificar o determinar la ecuación de la elipse y a partir de ella o su representación gráfica sus elementos, propiedades y relaciones.</p>	7

<p>5.3 Hipérbola</p> <p>Definición de la hipérbola como lugar geométrico del plano. Elementos de la hipérbola: focos, vértices, excentricidad numérica, longitud de ejes, distancia focal, asíntotas, relaciones. Ecuación de la hipérbola referida a su centro y ejes; ecuación de la hipérbola desplazada con ejes paralelos a los ejes de coordenadas. Intersección de una hipérbola con una recta o entre una hipérbola y otra cónica.</p> <p>Formulación y resolución de problemas en los que es necesario identificar o determinar la ecuación de la hipérbola y a partir de ella o su representación gráfica sus elementos, propiedades, relaciones.</p>	<p>7</p>
<p>5.4 Parábola</p> <p>Caracterización de la parábola como lugar geométrico del plano. Elementos de la parábola: foco, vértice, parámetro y directriz de la parábola. Ecuación de la parábola referida a su foco y su directriz; ecuación de la parábola desplazada con ejes paralelos a los ejes de coordenadas. Intersección de una parábola con una recta o entre una parábola y otra cónica.</p> <p>Formulación y resolución de problemas en los que es necesario identificar o determinar la ecuación de la parábola y a partir de ella o su representación gráfica sus elementos, propiedades y relaciones.</p>	<p>7</p>
<p>5.5 Sistematización de las secciones cónicas</p> <p>La circunferencia, la elipse, la hipérbola y la parábola como secciones planas de un cono.</p> <p>Ejercicios y problemas relacionados con aplicaciones en situaciones de la vida práctica y de la esfera científica, que permitan sistematizar las curvas de segundo grado. Consolidación de la unidad.</p> <p>Laboratorio: tratamiento dinámico de las secciones cónicas utilizando el GeoGebra u otros asistentes.</p>	<p>6</p>

Orientaciones generales para la unidad

En las cuatro primeras unidades temáticas de la unidad 5 se estudian cuatro curvas de segundo grado (circunferencia, elipse, hipérbola y parábola) que tienen como característica algebraica que sus ecuaciones son de segundo grado en dos variables reales,

y como característica geométrica que se obtienen como secciones planas de un cono circular recto, por lo que se reconocen como secciones cónicas.

Lo fundamental es identificar estas curvas como lugares geométricos del plano, determinar sus elementos geométricos como figuras planas, identificar sus ecuaciones y obtenerlas a partir de sus propiedades o representación gráfica; memorizar las ecuaciones de las secciones cónicas y obtener sus ecuaciones cuando las curvas se desplazan con ejes paralelos a los de coordenadas, hallar los puntos de intersección entre rectas y cónicas y entre dos secciones cónicas y el reconocimiento de las aplicaciones de las secciones cónicas en situaciones de la vida práctica y otras ciencias.

Es de gran importancia la utilización del GeoGebra para la modelación de las secciones cónicas a partir de sus elementos, la obtención de las ecuaciones desplazadas y el comportamiento de los parámetros.

Es necesario tener en cuenta que estas curvas se iniciaron en grados anteriores: la circunferencia como figura geométrica, se estudió ampliamente en el nivel medio básico, la parábola se conoce como el gráfico de una función cuadrática, la hipérbola como el gráfico de una función potencial de proporcionalidad inversa y la elipse se reconoce desde la primera infancia, como un óvalo. Estos son elementos que se deben considerar para el tratamiento de la unidad.

En la última subunidad temática 5.5 lo fundamental es, en primera instancia, ilustrar la característica geométrica de todas estas curvas como figuras planas: se obtienen como secciones planas de un cono circular recto al ser cortado por un plano, y por otra parte, reconocer que estas curvas representan lugares geométricos de ecuaciones, que constituyen casos particulares de la ecuación general $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$ (A , B , C , D y E son parámetros reales, con $A \neq 0$ o $B \neq 0$).

Este es el momento de realizar ejercicios y problemas en los que se puedan sistematizar estas curvas de segundo grado y sus aplicaciones en situaciones intramatemáticas, de la vida práctica y de la esfera científica.

Sobre la práctica de laboratorio

La práctica de laboratorio en la disciplina Matemática es un tipo de clase que tiene por objetivo que los educandos obtengan nuevos conocimientos y desarrollen formas de trabajo y pensamiento, y actitudes científicas, mediante una genuina actividad matemática, en que se visualicen propiedades y relaciones, se realicen simulaciones y se desarrolle la experimentación matemática, entendida esta como la elaboración de conjeturas y la comprobación del carácter plausible de ellas, sobre la base de la generación de ejemplos apropiados (genéricos hasta extremos) mediante la variación sistemática de los elementos variables que interesa investigar. Este tipo de clase se ha concebido en los programas de la disciplina para aprovechar las ventajas del asistente matemático GeoGebra, por eso está previsto que se desarrolle en un laboratorio de computación o en el aula utilizando los dispositivos móviles y tabletas que disponen los estudiantes. Requiere de una guía para la preparación de los educandos, en que se consignen los objetivos de la práctica, se orienten las tareas que se van a realizar con anterioridad y se presenten los problemas cerrados y abiertos que deben los educandos acotar, reformular y resolver, para después buscar ellos mismos nuevos problemas. Las actividades deberán realizarse por dúos, pero se garantizará la actividad independiente de cada miembro de este. El docente deberá valorar cuándo conviene que los dúos estén integrados por alumnos con igual o diferente nivel de desarrollo. La práctica se evaluará atendiendo a la preparación previa y a la actuación y resultados de cada educando y el grupo durante esta.

EXIGENCIAS PARA LA EVALUACIÓN DE LOS EDUCANDOS EN LA ASIGNATURA

La evaluación se concibe como un proceso continuo que permite comprobar y valorar, de forma sistemática, los resultados alcanzados por los educandos en su desarrollo integral de acuerdo con los objetivos de la educación preuniversitaria y del grado, en lo que respecta no solo a su nivel de conocimientos, habilidades,

hábitos y capacidades, sino también a sus actitudes, gustos, intereses y valores. Específicamente debe cumplir las siguientes funciones generales: de diagnóstico, instructiva, educativa, desarrolladora y de control.

Los educandos pueden alcanzar diferentes niveles en el logro de los objetivos y la asimilación de los contenidos, incluso pueden aprender más allá de lo previsto en las exigencias expresadas en el programa de acuerdo con sus potencialidades, por lo que se requiere de un trabajo diferenciado en este sentido, atendiendo a la relación objetivo-contenido-medios-método-formas de organización-evaluación.

En la asignatura Matemática se utilizan tres tipos de evaluaciones: sistemática, parcial y final.

La *sistemática* es una evaluación continua que tiene lugar en la asignatura a lo largo del curso escolar. A partir de esta se obtiene la información necesaria acerca del desarrollo que van alcanzando los educandos, de manera individual y colectivamente en el proceso educativo. Por medio de los diferentes tipos de evaluación sistemática el profesor debe controlar durante el desarrollo de la clase, la calidad de las respuestas, los comentarios hechos, la realización de tareas y al final de la clase, propiciar la valoración colectiva sobre el resultado de ese control.

Debe observar el rigor en la solución, el orden lógico (coherencia), la organización, racionalidad y limpieza en la representación de la solución, la cohesión de las ideas y correcta utilización de la terminología y simbología matemáticas, la ortografía, entre otros indicadores. Se debe velar no solo porque los resultados sean correctos desde el punto de vista matemático, sino cómo se obtuvieron, analizando las formas de trabajo y pensamiento matemáticos utilizados, las estrategias y métodos más eficientes y racionales y cómo se representó la solución, tanto desde el punto de vista del contenido como de la forma. Debe hacer que los educandos reconozcan las fuentes de sus errores al provocar conflictos cognitivos que los ayuden a superarlos por sí mismos o a recuperar o reconstruir los procedimientos requeridos. Asimismo, debe sugerir que se anoten los errores comunes y ejemplificarlos con casos análogos y ofrecer indicaciones para la consolidación.

En este sentido es importante la entrevista individual y colectiva con los educandos y otros agentes educativos para ahondar en aspectos de la personalidad. Este tipo de evaluación permite adoptar, en el momento oportuno, las medidas que correspondan, facilitan el seguimiento del diagnóstico de cada educando, así como estimular el aprendizaje y resolver las dificultades detectadas, desde su carácter educativo.

Son formas de evaluación sistemática: preguntas orales, preguntas escritas, tareas extraclases, tareas integradoras, revisión de libretas, observación del desempeño y ejercicios interactivos con el *software* educativo, tareas prácticas, entre otras.

La *parcial* es una evaluación que se realiza para comprobar el cumplimiento de los objetivos parciales de las unidades; exige comprobar un mayor nivel de asimilación y de desarrollo de las habilidades logradas durante cierto periodo, generalmente después de culminar una o más unidades del programa que cubren parcialmente los objetivos del curso. Además, permite comprobar y valorar el cumplimiento de objetivos de mayor nivel de generalización, integración, y aplicación de los contenidos de una o varias unidades por los educandos, y la marcha del proceso educativo en un período del curso escolar.

Son formas de evaluación parcial: dos trabajos de control parcial y un proyecto investigativo sobre funciones y sus aplicaciones a la economía, la ciencia, la técnica, la cultura, el que debe ser defendido posterior al estudio de las funciones, para que los educandos tengan tiempo de elaborarlo con la calidad requerida, considerando los diferentes contenidos abordados en las unidades.

La *final* permite comprobar y valorar el nivel alcanzado por los educandos en objetivos que integran o generalizan los contenidos de todo el curso escolar y refleja, tomando como base los logros alcanzados de manera individual y colectiva, la calidad del proceso desarrollado en el curso.

Como forma de evaluación final: prueba escrita, que puede realizarse de forma escrita o en parte en el laboratorio para evaluar el nivel de dominio en la aplicación de GeoGebra en la resolución de problemas.

La utilización de uno u otro de los tipos y vías para realizar la evaluación dependerá de los objetivos que se van a medir, de las exigencias y niveles de complejidad que se requieran según el tipo de evaluación, el año o el grado, las características de la asignatura o área, y de la educación de que se trate. Los trabajos que demandan de una labor preparatoria y de seguimiento, deben orientarse con tiempo suficiente y culminarán con la defensa individual del resultado.

Se sugiere consultar el capítulo 4 del libro *El proceso de enseñanza de la Matemática. Documentos metodológicos*. En cuanto a las exigencias para el diseño de los instrumentos de evaluación y las normas de calificación, consultar específicamente las páginas 168-170 y 174-176 de dicho libro.

Bibliografía para el docente

- ÁLVAREZ PÉREZ, M., B. ALMEIDA y E. VILLEGAS: *El proceso de enseñanza de la Matemática. Documentos metodológicos*, Ed. Pueblo y Educación, La Habana, 2014.
- ÁLVAREZ PÉREZ, M. y otros: *Manual de ejercicios de Matemática para la Educación Media Superior*, Ed. Pueblo y Educación, La Habana, 2008.
- BALLESTER PEDROSO, S. y otros: *Didáctica de la Matemática*, t. I, Ed. Universitaria Félix Varela, La Habana, 2018.
- _____: *Metodología de la Enseñanza de la Matemática*, t. I, Ed. Pueblo y Educación, La Habana, 1992.
- _____: *Metodología de la Enseñanza de la Matemática*, t. II, Ed. Pueblo y Educación, La Habana, 2000.
- CAMPISTROUS, L.: *Matemática décimo grado*, Ed. Pueblo y Educación, La Habana, 1989.
- _____: *Matemática undécimo grado*, Ed. Pueblo y Educación, La Habana, 1990.
- Colectivo de autores: *Didáctica de la Matemática*, Ed. Pueblo y Educación, La Habana, 2015.
- DAVIDSON SAN JUAN, L. D.: *Ecuaciones y matemáticos*, Ed. Pueblo y Educación, La Habana, 2008.
- _____: *Ecuaciones y matemáticos. Solucionario*, Ed. Pueblo y Educación, La Habana, 2011.
- DAVIDSON SAN JUAN, L. D. y otros: *Manual de problemas de Matemática Elemental 1*, Ed. Pueblo y Educación, La Habana, 1987.
- _____: *Manual de problemas de Matemática Elemental 2*, Ed. Pueblo y Educación, La Habana, 1995.
- DÍAZ GONZÁLEZ, M.: *Problemas de Matemática para los entrenamientos de la Educación Preuniversitaria I*, Ed. Pueblo y Educación, La Habana, 2004.
- _____: *Problemas de Matemática para los entrenamientos de la Educación Preuniversitaria II*, Ed. Pueblo y Educación, La Habana, 2007.

- GeoGebra Manual. The official manual of GeoGebra. Disponible en: [http://research.shu.ac.uk/geogebra/GIS Guides/Official%20GeoGebra%20 Manual.pdf](http://research.shu.ac.uk/geogebra/GIS%20Guides/Official%20GeoGebra%20Manual.pdf).
- ICCP: *Bases generales para el perfeccionamiento del sistema nacional de educación*, Documento impreso, [s.n.], La Habana, 2013.
- _____: *La educación general, proyección y exigencias educativas*, Documento impreso, [s.n.], La Habana, 2013.
- _____: *Concepción de plan de estudio de preuniversitario*, Documento impreso, La Habana, [s.n.], 2015.
- _____: *Concepción del fin y objetivos generales para la educación preuniversitaria*, Documento impreso, [s.n.], La Habana, 2016.
- _____: *Metodología para la elaboración de programas*. Documento impreso, [s.n.], La Habana, 2016.
- MARTÍN, Y., L. E. LEZCANO: *El GeoGebra en la clase de matemática de la enseñanza media desde los móviles*, VARONA, Revista Científico-Metodológica, No. 73 julio-diciembre 2021. ISSN: 1992-8238. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5456-2568>.
- Ministerio de Educación: *Matemática onceno grado*, Ed. Pueblo y Educación, La Habana, 1990.
- MUÑOZ BAÑOS, F. y L. CAMPISTROUS PÉREZ: *Problemas de Matemática Elemental*, Ed. Pueblo y Educación, La Habana, 1986.
- NAREDO CASTELLANOS, R.: *Entrénate en la geometría*, Ed. Pueblo y Educación, La Habana, 2011.
- OCHOA ROJAS, R.: *Funciones y temas afines*, 3 t., Ed. Pueblo y Educación, La Habana, 2009.
- PALACIO PEÑA, J.: *Didáctica de la Matemática: búsqueda de relaciones y contextualización de problemas*, Ed. Pueblo y Educación, La Habana, 2007.
- RIBNIKOV, K.: *Historia de las matemáticas*, Ed. Mir, Moscú, 1987.
- WUSSING, H.: *Conferencias sobre historia de las matemáticas*, RRA, España, 2009.

